NOTE SULL'EFFETTO DOPPLER ACUSTICO

In ogni circostanza in cui l'interazione fra il trasmettitore e il ricevitore è mediata dal mezzo interposto, come nel caso delle onde sonore, occorre considerare le proprietà e lo stato di moto relativo dei tre corpi: trasmettitore o sorgente, mezzo, ricevitore o osservatore.
Per ricavare una formula abbastanza generale senza complicare troppo i calcoli cominciamo col trattare un sistema unidimensionale come quello di Fig.1

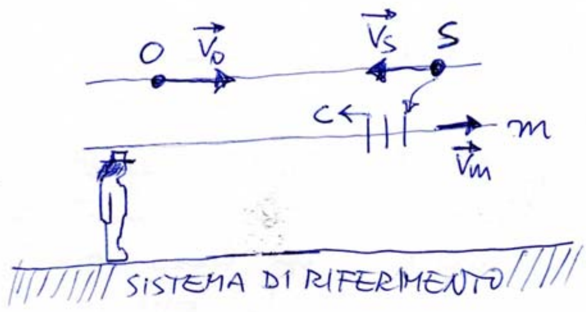

Fig.1

Il mezzo m, benché disegnato su una retta parallela alla congiungente S-O, in realtà rappresenta il mezzo interposto fra S e O.
Ci limitiamo a moti rettilinei e uniformi di tutti i corpi coinvolti ed utilizziamo per il mezzo il modello di "nastro trasportatore": ossia immaginiamo che la sorgente deponga nel mezzo, a intervalli di tempo regolari T_S, i fronti d'onda, qui rappresentati da segmentini verticali, e ci figuriamo il moto complessivo del mezzo come quello di un regolo rigido. Inoltre rappresentiamo il moto delle onde nel mezzo come uno scorrimento interno, a mo' di nastro trasportatore appunto, con velocità c rispetto al mezzo stesso e sempre nel verso $\overrightarrow{SO}$. Si vuole calcolare, nel sistema di riferimento indicato, che frequenza f_O misura l'osservatore in O rispetto alla frequenza f_S emessa dalla sorgente S con le velocità mostrate v_m del mezzo, v_O dell'osservatore, e v_S della sorgente .
È $f_O = \frac{c_O}{\lambda_O}$ in cui c_O è la velocità del suono misurata dall'osservatore O che dipende dalle velocità c, v_m e v_O , mentre λ_O, che è la lunghezza d'onda misurata da O, dipende da c, v_m, v_S e T_S.
Nel caso mostrato si ha $c_O = c - v_m + v_O$ e $\lambda_O = (c - v_m - v_S) \cdot T_S$ per cui

$$f_O = \frac{c + v_O - v_m}{c - v_S - v_m} f_S \qquad (1)$$

dove $\frac{1}{T_S} = f_S$ è la frequenza emessa dalla sorgente.
In base a questi risultati possiamo trattare il caso più generale di Fig.2

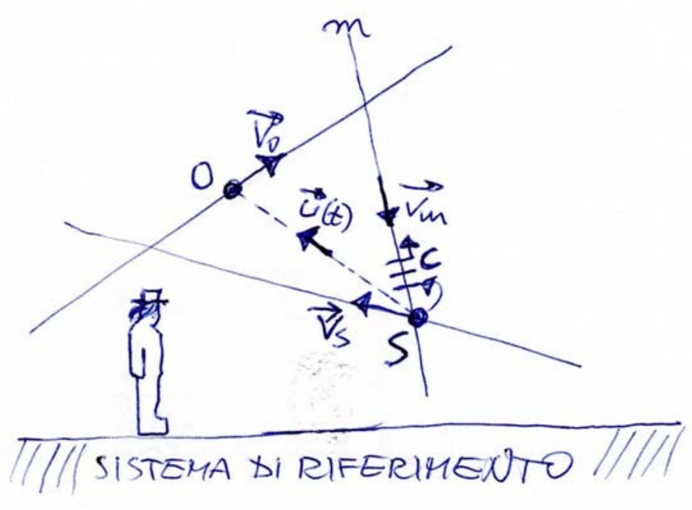

Fig.2

nella quale $\vec{u}(t)$ è il versore di $\overrightarrow{SO}$, dipendente dal tempo a causa del modificarsi delle posizioni relative della sorgente S e dell'osservatore O.
In questo caso la relazione di cui sopra diviene

$$f_O = \frac{c + (\vec{v}_m - \vec{v}_O) \bullet \vec{u}(t)}{c + (\vec{v}_m - \vec{v}_S) \bullet \vec{u}(t)} f_S \qquad (2)$$

in cui $\bullet$ è il prodotto scalare.
Si osservi che la direzione e verso di scorrimento del mezzo, pur essendo stati disegnati localizzati, per semplicità, in realtà investono tutto il piano (o lo spazio, se si vuole, in quanto il calcolo ha le stesse modalità).
I fronti d'onda disegnati per chiarezza nella direzione di m devono sempre intendersi viaggianti nel verso $\overrightarrow{SO}$ con la stessa convenzione usata per la Fig.1.
Applichiamo questo schema al caso di sorgente che passa davanti ad un osservatore come in Fig.3

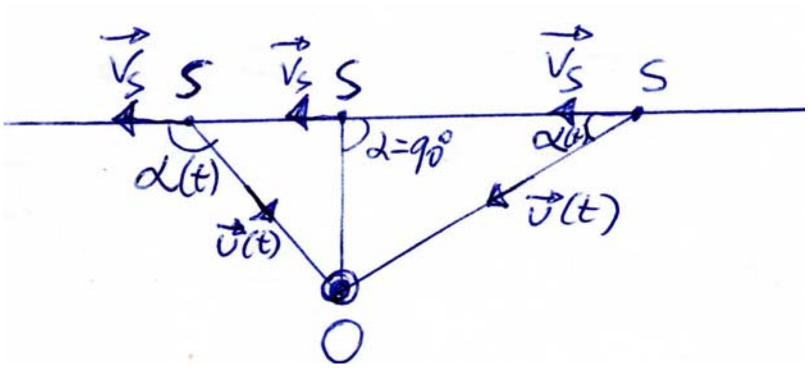

Fig.3

Supponendo mezzo e osservatore fermi rispetto al sistema di riferimento, dalla (2) si ha

$$f_O = \frac{c}{c - v_S \cos\alpha} f_S \tag{3}$$

Se dalla (3) grafichiamo $\frac{f_O}{f_S}$ in funzione di α otteniamo un andamento del tipo

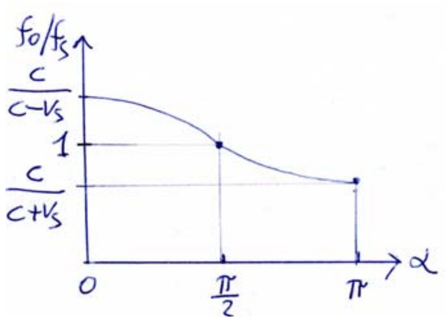

Fig.4

che rende esplicito il fatto che mentre la sorgente transita da destra verso sinistra la frequenza percepita dall'osservatore decresce con continuità senza alcun brusco salto. Questa è la condizione normale per un osservatore che ascolta il fischio di un treno o la sirena di un'ambulanza o il rombo di un'automobile o di un aereo. Se si vuole sottilizzare si può notare che la massima variazione di frequenza si ha per $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ovvero allorché la sorgente passa dall'avvicinamento all'allontanamento dall'osservatore.

Riassumendo, dalla (2) si deduce che:

1) L'effetto Doppler si produce solo in caso di moto relativo sorgente-osservatore lungo la loro congiungente.

2) Pertanto le velocità dei corpi coinvolti vanno proiettate sulla direzione $\overrightarrow{SO}$ (ad eccezione della velocità del suono c che è una velocità interna al mezzo).

3) Il moto v_O dell'osservatore incide solo sulla velocità dell'onda da esso misurata.

4) Il moto v_S della sorgente incide solo sulla misura della lunghezza d'onda da parte dell'osservatore.

5) Il moto del mezzo invece incide sia sulla velocità che sulla lunghezza d'onda misurate dall'osservatore.

Infine nell'aria la velocità c in (m/s) del suono si può calcolare con la $c = 20{,}05\sqrt{T}\left(1+0{,}15\,e\,p^{-1}\right)$ dove T è la temperatura in Kelvin (K), p in Pascal (Pa) la pressione totale dell'aria ed "e", sempre in (Pa), la pressione parziale del vapor acqueo. In condizioni normali in atmosfera si può approssimare in $c = 20{,}05\sqrt{T}$.

Applicazione al SODAR monostatico

Nel SODAR monostatico (Fig.5) l'antenna funziona alternativamente da trasmettitore e ricevitore: invia nell'atmosfera un breve pacchetto d'onde acustiche e quindi commuta in ricezione registrando la retrodiffusione causata dalla turbolenza della temperatura e del vento.

Fig.5

Mentre l'intensità dell'eco ci dà informazioni sull'intensità della turbolenza, misurando l'effetto Doppler otteniamo una stima della componente radiale del vento.

In fase di trasmissione la sorgente è l'antenna, che è ferma rispetto al sistema di riferimento, mentre l'osservatore è la turbolenza del mezzo che si muove (componente radiale del vento) nel cono dell'antenna.

Dalla (2) si ha $\vec{v}_m \equiv \vec{v}_O$ e $\vec{v}_S = 0$ per cui

$$f_O = \frac{c}{c+\vec{v}_m \bullet \vec{u}(t)} f_t = \frac{c}{c \pm v_m} f_t \qquad (4)$$

in cui $f_S \equiv f_t$ è la frequenza trasmessa dall'antenna e il doppio segno dipende dal moto del mezzo: segno superiore se si allontana dall'antenna, segno inferiore se si avvicina. La turbolenza del mezzo riceve la frequenza f_O e la rinvia come eco verso l'antenna. Quindi l'antenna commuta in ricezione, ovvero diviene l'osservatore, mentre la sorgente è la turbolenza del mezzo. Sempre dalla (2) stavolta si ha $\vec{v}_m \equiv \vec{v}_S$ e $\vec{v}_O = 0$ per cui, tenendo conto della (4), otteniamo

$$f_r = \frac{c + \vec{v}_m \bullet \vec{u}'(t)}{c} \frac{c}{c + \vec{v}_m \bullet \vec{u}(t)} f_t = \frac{c \mp v_m}{c} \frac{c}{c \pm v_m} f_t = \frac{c \mp v_m}{c \pm v_m} f_t \qquad (5)$$

in cui $\vec{u}'(t) = -\vec{u}(t)$ e abbiamo posto f_r la frequenza ricevuta dall'antenna. Ora v_m è proprio la velocità radiale del vento. I segni superiori sono per mezzo che si allontana, quelli inferiori per mezzo che si avvicina all'antenna. Poiché normalmente in atmosfera è $\frac{v_m}{c} << 1$ la (5) si può approssimare al 1° ordine $f_r = \left(1 \mp 2\frac{v_m}{c}\right) f_t$. Esplicitando v_m si ha

$$v_m = \frac{c}{2} \frac{f_t - f_r}{f_t} \qquad (6)$$

in cui è stato rimosso il doppio segno in quanto fissato dal segno di $f_t - f_r$. Infatti se $f_t - f_r > 0$, $v_m > 0$ e il mezzo si allontana, mentre se $f_t - f_r < 0$, $v_m < 0$ e il mezzo si avvicina.